Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : de 1 à 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Départ d'un train à très haute vitesse et calcul d'aire (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse (13 questions) **Page 8**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://btsepc.fr/assets/annales/bts-epc/E2 - Mathématiques/2018/BTS EPC - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d’un train à très haute vitesse et calcul d’aire

On étudie le départ d’un wagon propulsé dans un tube à basse pression, en modélisant sa distance parcourue par une fonction dont la vitesse est la dérivée. L’exercice porte aussi sur l’aire d’une pièce symétrique dessinée pour une future gare, à partir d’un graphique et d’une fonction.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.

On reconnaît une équation différentielle homogène de la forme $y' + ay = 0$. Ici, $a = -0,2$, donc la formule donnée fournit $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle. Le signe négatif de a donne un exposant positif. La solution est définie et dérivable sur tout l’intervalle $[0, +\infty[$, comme demandé.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

1. La dérivée de $g(t) = -15t - 75$ est $g'(t) = -15$.
2. En substituant dans le membre de gauche, on obtient $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75)$.
3. Après développement, cela donne $-15 + 3t + 15 = 3t$, qui est le membre de droite de l’équation. L’égalité est donc vérifiée pour tout $t \in [0, 3]$, domaine de la fonction proposée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g'(t) - 0,2g(t) = 3t$: g est une solution sur $[0, 3]$.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

La différence entre deux solutions de l’équation avec second membre est une solution de l’équation homogène associée. On obtient donc toutes les solutions en ajoutant à la solution particulière $g(t) = -15t - 75$ les solutions homogènes trouvées à la question 1, de la forme $ke^{0,2t}$. La constante k peut prendre toute valeur réelle.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Sachant que le wagon est au point de départ au temps t = 0, déterminer la solution f de l'équation différentielle vérifiant la condition initiale f(0) = 0.

1. La solution générale s'écrit $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$.
2. À l'instant initial, la condition impose $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$.
3. En remplaçant la constante dans la solution générale, on obtient la fonction de distance correspondant au wagon parti de l'origine. Cette fonction vérifie bien l'équation différentielle et la condition initiale demandée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75 = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions de f et de f' fournies par le logiciel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le logiciel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. L'inéquation $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. Comme la fonction exponentielle est strictement croissante, cette dernière inégalité équivaut à $0,2t \geq 0$, soit $t \geq 0$. L'égalité est atteinte en $t = 0$, et la dérivée est positive pour les autres instants de l'intervalle étudié.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$, avec égalité seulement en $t = 0$.

Question 1° b). Déduire du signe de f' les variations de la fonction f sur [0, 3].

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	0	positif
Valeur de $f(t)$	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$

La dérivée est positive sur $]0, 3]$ et nulle à l'origine. La distance parcourue augmente donc sur tout l'intervalle $[0, 3]$, de 0 km à environ 16,659 km. La fonction est strictement croissante sur cet intervalle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est strictement croissante sur $[0, 3]$, de 0 à environ $16,659$ km.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

La distance parcourue après une minute est la valeur de la fonction en $t = 1$. En utilisant l'expression donnée, on calcule $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$, soit environ $1,6052$ km. L'arrondi demandé au dixième s'effectue à partir de cette valeur non arrondie. Il s'agit de la distance totale depuis le départ, et non de la vitesse du wagon à cet instant.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Après une minute, le wagon a parcouru **1,6 km**.

Question 3° a). Sachant que la vitesse du wagon en kilomètres par minute à l'instant t est f'(t), déterminer sa vitesse à t = 2 minutes et arrondir au dixième.

La vitesse instantanée est donnée par la dérivée $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en kilomètres par minute. À deux minutes, on calcule $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,3774$. L'énoncé demande un arrondi au dixième : on arrondit la valeur calculée avant d'indiquer le résultat. L'unité reste le kilomètre par minute, comme précisé dans la question.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> À deux minutes, la vitesse est d'environ **7,4 km/min**.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse au regard de la vitesse instantanée visée de 400 km.h⁻¹ en moins de 2 minutes.

La vitesse cible de 400 km/h correspond à $400/60 \approx 6,67$ km/min. À deux minutes, la vitesse vaut environ $7,377$ km/min, soit $442,642$ km/h. Par ailleurs, $f'(0) = 0$ et la vitesse augmente sur l'intervalle. Par continuité, elle atteint donc 400 km/h à un instant strictement compris entre 0 et 2 minutes : le délai fixé est respecté.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui : le wagon atteint 400 km/h en moins de deux minutes.

Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2 : y = 15(e^0,4 - 1)t ; y = 15(e^0,4 - 1)t + 45e^0,4 ; ou y = 15(e^0,4 - 1)t + 45e^0,4 - 75. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

> La tangente en $t = 2$ s'écrit $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$.

On a $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$. En développant, le coefficient de t est $15(e^{0,4} - 1)$, et le terme constant vaut $f(2) - 2f'(2) = 45e^{0,4} - 75$. Ces deux coefficients désignent la troisième proposition parmi les réponses proposées.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

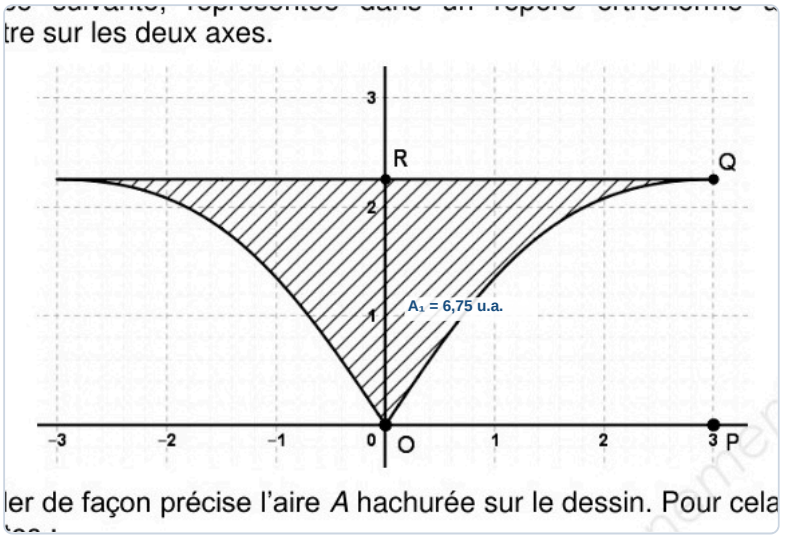
$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75.$

C. Calcul intégral

Question 1°. À partir du graphique, choisir parmi 3, 5,25 et 6,75 unités d'aire la valeur de l'aire A1 du rectangle OPQR. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Sur le graphique, le rectangle $OPQR$ a pour largeur $OP = 3$, l'abscisse de P, et pour hauteur $OR = 2,25$, puisque son bord supérieur est la droite $y = 2,25$. L'aire est le produit de ces deux dimensions. Parmi les trois choix proposés, on retient donc la valeur correspondante. L'unité graphique étant un mètre sur chaque axe, l'aire s'exprime aussi en mètres carrés.

Rectangle OPQR et aire A₁



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A_1 = 6,75$ u.a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3.

1. La fonction g est positive sur $[0, 3]$, donc l'aire cherchée est $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$.
2. Une primitive fournie est $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2 + 9)$.
3. En évaluant aux bornes, $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}(\ln 18 - \ln 9) = \frac{27}{4}\ln 2$. L'aire est exprimée en unités d'aire, puisque les axes sont gradués avec la même unité graphique.

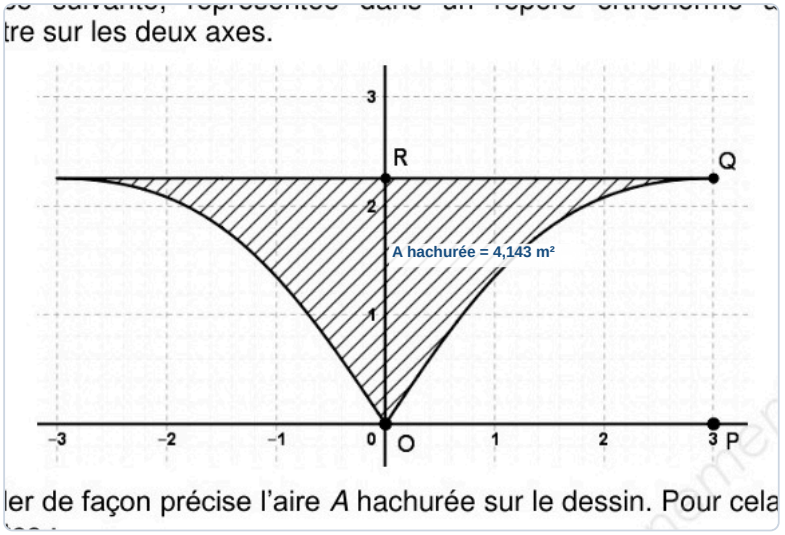
✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u.a.

Question 3°. En utilisant les aires précédentes et la symétrie de la pièce par rapport à l'axe des ordonnées, déduire l'aire hachurée A et arrondir le résultat au millième.

Par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, l'aire hachurée totale est le double de celle située à droite de cet axe. Dans cette moitié, l'aire sous la droite supérieure est le rectangle $A_1 = 6,75$, et l'aire sous la courbe est $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2$. On soustrait ces aires puis on double la différence. L'unité graphique étant le mètre sur chaque axe, l'aire s'exprime en mètres carrés.

Aire hachurée A



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right) \approx 4,143\ \text{m}^2$.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse

Une association étudie l'obsolescence technique et logicielle de 200 smartphones, puis on examine la part de téléphones non réparables dans un lot de modèles A. Un test bilatéral porte enfin sur une enquête de la marque B concernant l'opinion relative à l'obsolescence programmée.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé, compléter le tableau d'effectifs croisant les smartphones touchés ou non par l'obsolescence technique et ceux touchés ou non par l'obsolescence logicielle.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Les effectifs touchés par les obsolescences technique et logicielle sont 6 et 16. L'intersection vaut 12,5 % de 16, soit 2 smartphones.

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Tableau complété : 2, 4, 6 ; 14, 180, 194 ; 16, 184, 200.

Question 2°. Pour T : « le smartphone est touché par l'obsolescence technique » et L : « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et P_L(T), la probabilité de T sachant L.

L'énoncé donne directement les probabilités des deux types d'obsolescence : 3 % pour T et 8 % pour L. Parmi les smartphones touchés par L, 12,5 % sont également touchés par T. Ces pourcentages donnent les trois probabilités demandées.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(T) = 0,03 ; P(L) = 0,08 ; $P_L(T)$ = 0,125.

Question 3° a). Calculer P(T ∩ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché simultanément par les obsolescences technique et logicielle.

La probabilité d'être touché simultanément par L et T est le produit de la probabilité de L par la probabilité de T sachant L : **P(T ∩ L) = 0,08 × 0,125 = 0,01.**

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(T ∩ L) = 0,010.

Question 3° b). Calculer P(T ∪ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

Pour obtenir la probabilité d'être touché par au moins un type d'obsolescence, on additionne les deux probabilités puis on retranche leur intersection, comptée deux fois.

P(T ∪ L) = 0,03 + 0,08 − 0,01 = 0,10.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(T ∪ L) = 0,100.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité conditionnelle de L sachant T est le quotient de la probabilité de l'intersection par celle de T : **$P_T(L)$ = 0,01 / 0,03 = 1/3 ≈ 0,333.**

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L)$ = 0,333.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

Les 50 prélèvements sont assimilés à des tirages avec remise : ils sont indépendants et la probabilité de tirer un smartphone non réparable reste égale à 0,045. X compte le nombre de smartphones non réparables parmi ces 50 tirages. C'est donc une variable aléatoire binomiale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables si aucun n'est non réparable. La probabilité qu'un smartphone soit réparable vaut 1 − 0,045 = 0,955. Par indépendance des 50 tirages, la probabilité recherchée est $\mathbf{0{,}955^{50} \approx 0{,}100}$, à 10^{-3} près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est 0,100.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme et compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et des sommes successives S pour i allant de 0 à 3, en tenant compte des valeurs initiales fournies.

À chaque étape, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente, initialisée à 0. Les valeurs arrondies à 10^{-3} sont :

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

La somme finale correspond à la probabilité que X soit égal à 0, 1, 2 ou 3. Elle représente donc la probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S = 0,813 : environ 81,3 % des lots contiennent au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte du lot de smartphones.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25.

Sur un grand nombre de lots, le nombre moyen de smartphones non réparables est donc de 2,25 par lot.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous H0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. Choisir la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95, parmi 0,05, 0,06 et 0,07.

L'intervalle central contenant 95 % des valeurs d'une loi normale est approximativement égal à la moyenne ± 1,96 écarts types. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, soit 0,07 au centième. C'est la valeur proposée correcte.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h = 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 % pour H0 : p = 0,55 contre H1 : p ≠ 0,55.

Avec h = 0,07, l'intervalle de décision est [0,55 − 0,07 ; 0,55 + 0,07] = [0,48 ; 0,62].

- Si la fréquence observée appartient à cet intervalle, on ne rejette pas H_0.
- Sinon, on rejette H_0 au seuil de 5 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si la fréquence est dans [0,48 ; 0,62] ; la rejeter sinon.

Question 3°. Sur l'échantillon de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Donner la conclusion du test.

La fréquence observée est 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle de décision : on rejette donc H_0 au seuil de 5 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

On rejette H_0 : la fréquence observée est significativement inférieure à 0,55.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, Groupement B, code MATGRB1, durée de deux heures et coefficient variable selon la spécialité, de 1 à 3. Les deux exercices, notés chacun sur 10 points, étudient le départ d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce de gare, puis l'obsolescence des smartphones. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, fonctions, intégrales, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- La solution générale d'une équation différentielle linéaire est la somme d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène associée.
- La vitesse instantanée est la dérivée de la distance ; convertir km/min en km/h permet de comparer la vitesse à la cible de 400 km.h⁻¹.
- Pour une loi binomiale de paramètres n et p, P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X) = np.
- P(T ∪ L) = P(T) + P(L) - P(T ∩ L) et P_T(L) = P(T ∩ L)/P(T).

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter le domaine demandé et distinguer solution homogène, solution particulière et solution vérifiant la condition initiale.
- Étudier le signe de f' avant d'en déduire les variations ; conserver les unités et appliquer les arrondis demandés.
- Pour la loi binomiale, préciser le nombre d'essais, l'indépendance des tirages et la probabilité constante de non-réparabilité.
- Pour le test bilatéral, appliquer les bornes symétriques autour de 0,55 et formuler la conclusion dans le contexte.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la vitesse du wagon à partir de la fonction distance ?

La vitesse instantanée est f'(t), en kilomètres par minute si f est en kilomètres et t en minutes. Évaluez la dérivée à l'instant demandé, puis convertissez en kilomètres par heure pour la comparer à la cible de 400 km.h⁻¹.

Q : Pourquoi le nombre de smartphones non réparables suit-il une loi binomiale ?

Le prélèvement est assimilé à des tirages avec remise dans un stock suffisamment important. Les 50 essais sont indépendants et ont la même probabilité 0,045 de non-réparabilité : X suit donc la loi binomiale de paramètres 50 et 0,045.

Q : Comment organiser son temps et traiter les parties indépendantes ?

L'épreuve dure deux heures et chaque exercice vaut 10 points. Les parties de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment : commencez par les questions accessibles, puis gardez du temps pour vérifier calculs, unités et arrondis.

Q : Quels éléments de présentation sont importants pour le test d'hypothèse ?

Énoncez une règle cohérente avec le seuil de 5 % et le caractère bilatéral du test. Calculez la fréquence observée sur 180 personnes, comparez-la à la zone d'acceptation, puis concluez dans le contexte sur le rejet ou le non-rejet de H0.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsepc.fr/assets/annales/bts-epc/E2 - Mathématiques/2018/BTS EPC - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS EuroPlastics et Composites : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.